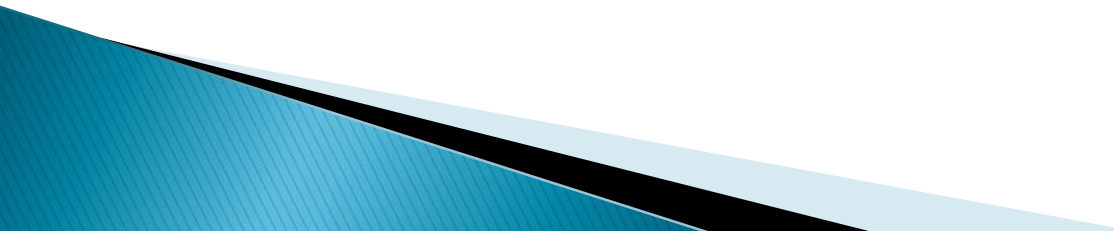


**Переходим на обновленный  
ФГОСОО:**

**организация проектной и  
учебно–исследовательской  
деятельности при обучении алгебре  
и методика ее оценивания**

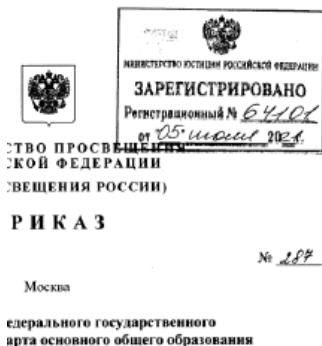
Дьяченко Наталья Ивановна  
учитель высшей квалификационной  
категории МОУ «СОШ№9»

# Вопросы для обсуждения

1. Учебно-исследовательская и проектная деятельность обучающихся на уроках алгебры.
  2. Учебно-исследовательские и проектные работы обучающихся по математике во внеурочной деятельности.
  3. Подходы к оценке учебно-исследовательских и проектных работ обучающихся.
- 

## II. Требования к структуре программы основного общего образования

### 32. Содержательный раздел программы ...



32.2. Программа формирования универсальных учебных действий у обучающихся должна обеспечивать:

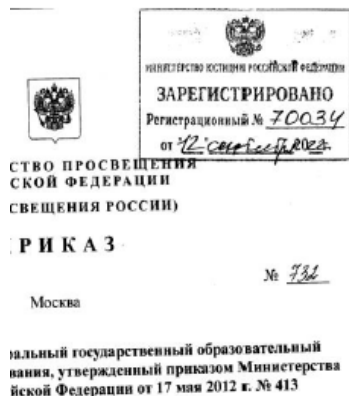
повышение эффективности усвоения знаний и учебных действий, формирования компетенций в предметных областях, учебно-исследовательской и проектной деятельности;

формирование навыка участия в различных формах организации учебно-исследовательской и проектной деятельности, в том числе творческих конкурсах, олимпиадах, научных обществах, научно-практических конференциях, олимпиадах;

овладение приемами учебного сотрудничества и социального взаимодействия со сверстниками, обучающимися младшего и старшего возраста и взрослыми в совместной учебно-исследовательской и проектной деятельности;

# III. Требования к структуре основной образовательной программе

## 18.3. Организационный раздел основной образовательной программы ...



Основная образовательная программа может включать как один, так и несколько учебных планов, в том числе учебные планы различных профилей обучения.

В учебные планы могут быть включены дополнительные учебные предметы, курсы по выбору обучающихся, предлагаемые организацией, осуществляющей образовательную деятельность в соответствии со спецификой и возможностями организации, осуществляющей образовательную деятельность.

В учебном плане должно быть предусмотрено выполнение обучающимися индивидуального (-ых) проекта (-ов).

Учебный план профиля обучения и (или) индивидуальный учебный план должны содержать не менее 13 учебных предметов (русский язык, литература, математика, иностранный язык, информатика, физика, химия, биология, история, обществознание, география, физическая культура, основы безопасности жизнедеятельности) и предусматривать изучение не менее 2 учебных предметов на углубленном уровне из соответствующей профилю обучения предметной области и (или) смежной с ней предметной области.

## Среднее общее образование



ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

# МАТЕМАТИКА

(базовый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)

Москва – 2023



ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

# МАТЕМАТИКА

(углублённый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)

Москва – 2023



## Основное общее образование



ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

# МАТЕМАТИКА

(базовый уровень)

(для 5–9 классов образовательных организаций)

Москва – 2023



ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

# МАТЕМАТИКА

(углублённый уровень)

(для 7–9 классов образовательных организаций)

Москва – 2023



**Учебно– исследовательская и  
проектная деятельность  
обучающихся на уроках  
алгебры**

# Основной материал для исследовательской работы на уроках алгебры

Задачи практического содержания, из которых следуют задания для самостоятельного исследования.

Задачи на исследование разрешимости задачи.

Исследовательские задачи описательной статистики.

Задачи-исследования из раздела «Дополнительные задачи».

Задачи-исследования с использованием ИТ-средств.

# Практическая работа

это самостоятельная работа учащихся (индивидуальная или в группе), которая заключается в **создании** математического объекта (или модели) посредством наблюдений, сравнений, измерительных и вычислительных процедур с использованием различных инструментов, в том числе компьютерных программных средств.

Цель: установление новых для обучающихся математических фактов, являющихся основой для теоретических выводов и обобщений, и, впоследствии, получающее, по необходимости, строгое логическое доказательство посредством составления таблиц, вычерчивания графиков, исследования математических формул, чертежей, фигур и др.



# Лабораторная работа

это самостоятельная работа учащихся (индивидуальная или в группе), которая заключается в **исследовании** математического объекта (или модели) посредством наблюдений, сравнений, измерительных и вычислительных процедур с использованием различных инструментов, в том числе компьютерных.

Цель: установление новых для обучающихся математических фактов, являющихся основой для теоретических выводов и обобщений, и, впоследствии, получающее, по необходимости, строгое логическое доказательство посредством составления таблиц, вычерчивания графиков, исследования математических формул, чертежей, фигур и др.

# Основные компьютерные программные средства

- ✓ «Живая математика» ( <https://www.int-edu.ru> )



- ✓ 1С: Математический конструктор ( <https://obr.1c.ru/mathkit> )



- ✓ GeoGebra ( <https://www.geogebra.org> )

- ✓ Desmos ( <https://www.desmos.com> )

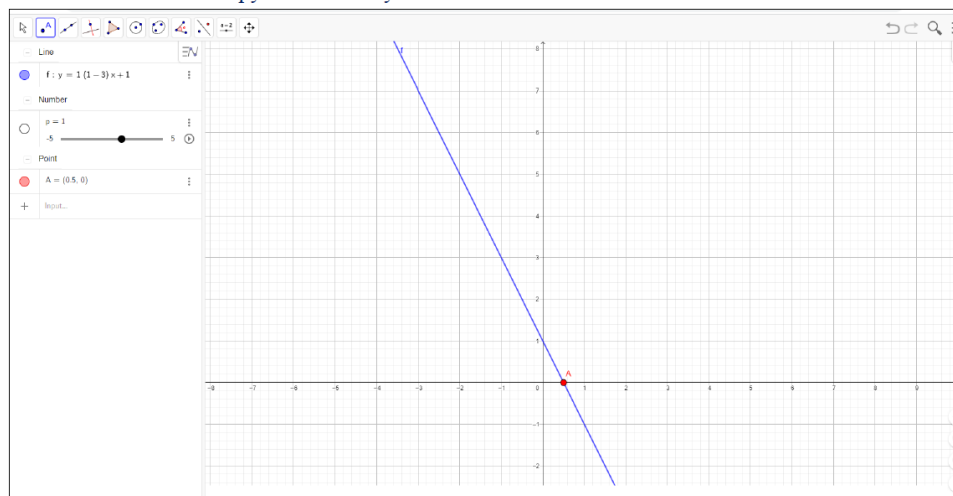


# При каких значениях параметра $p$ уравнение имеет бесконечное множество корней $p(p-3)x+p=0$

Рассмотрим функцию  $y = p(p-3)x + p$

Построим график с использованием инструмента «ползунок».

$p = 1$



Аналитическое решение	Геометрическая интерпретация
<p>При <math>p = 3</math> уравнение <math>p(p-3)x + p = 0</math> принимает вид <math>0 \cdot x + 3 = 0</math>. Уравнение корней не имеет.</p>	<p>При <math>p = 3</math> график функции <math>y = p(p-3)x + p</math> параллелен оси абсцисс, точек пересечения с осью нет. Уравнение корней не имеет.</p>
<p>При <math>p = 0</math> уравнение <math>p(p-3)x + p = 0</math> принимает вид <math>0 \cdot x + 0 = 0</math>. Уравнение имеет бесконечное число корней.</p>	<p>При <math>p = 0</math> график функции <math>y = p(p-3)x + p</math> совпадает с осью абсцисс, бесконечное множество общих точек. Уравнение имеет бесконечное число корней.</p>
<p>При <math>p \neq 3</math> и <math>p \neq 0</math> уравнение <math>p(p-3)x + p = 0</math> имеет единственный корень</p> $x = \frac{-p}{p(p-3)}$	<p>При <math>p \neq 3</math> и <math>p \neq 0</math> график функции <math>y = p(p-3)x + p</math> пересекает ось абсцисс в единственной точке. Абсцисса точки пересечения является корнем уравнения.</p>

# Проектная деятельность

## Проектная деятельность

– совместная учебно-познавательная, творческая или игровая деятельность учащихся-партнёров, имеющая общую цель и согласованные способы, направленная на достижение общего результата по решению какой-либо проблемы, значимой для участников проекта.

## Проектная деятельность направлена на

- приобретение исследовательского опыта;
- реализацию (и повышение) интереса к предмету математики;
- приумножение знаний по математике;
- совершенствование своих коммуникативных компетенций в процессе участия в коллективных формах организации познавательной деятельности.

# Работа с информацией в процессе учебно-исследовательской и проектной деятельности

- Специальные тексты
- учебные тексты;
  - научно-популярные тексты;
  - тексты занимательной математики;
  - тексты по истории математики.

## Задания при работе со специальными текстами

- выделение ключевых слов;
  - ведение тематических дневников и журналов;
  - логическая маркировка текста;
  - выполнение типовых заданий;
  - написание обучающих учебных работ с элементами исследования: математических сказок, рассказов, сочинений;
  - подготовка тематических докладов и рефератов.
-

# Обучающие учебные исследовательские работы

**Сочинение (сказка, рассказ)** – это изложение результата осмысления материала, обобщение его и краткое, логически последовательное изложение выделенного содержания (работа с 1 источником), возможно иносказательный пересказ.

**Доклад** – краткое изложение в письменном виде содержания литературы по теме (работа с несколькими источниками, 2-3).

**Реферат** (от латинского *refero* – сообщаю) – краткое изложение в письменном виде содержания литературы по теме (работа с несколькими источниками, 4-6), а также результат осмысления – самостоятельно сделанные выводы.

# Специальные задания при изучении теоретического материала

Составление схемы определения понятия

Составление предписания, выражающего общий метод решения

Составление схемы доказательства

Маркировка текста, составление вопросов

Ведение дневника (журнала) изученного материала

Составление кластера, интеллект-карты

Составление информационной схемы

# Составление дневника(журнала) изученного материала

Новая информация	Вопросы

Цитата	Комментарии	Вопросы

Цитата	Почему привлекла внимание	Комментарии через некоторое время

Ключевые слова	Выписки из текста	Почему эта цитата важна для меня

Ключевые слова	Толкование	Выписки из текста



# Специальные задания при изучении теоретического материала

## Глава 1

### Тригонометрические функции

Составление дневника (журнала)  
изученного материала

#### § 1. Что такое числовая окружность

Вам известно, что прямую, на которой заданы начальная точка  $O$ , масштаб (единичный отрезок) и положительное направление, называют *числовой прямой*. Любому действительному числу мы можем сопоставить единственную точку числовой прямой, и обратно: любая точка числовой прямой соответствует единственному числу. Например, числу 3 соответствует точка  $A$ , числу  $-2$  соответствует точка  $B$  (рис. 1), и обратно: точке  $C$  соответствует число 5, а точке  $D$  — число  $-4$  (рис. 2).

Но в реальной жизни приходится двигаться не только по прямой. Довольно часто рассматривается движение по окружности, например, по беговой дорожке стадиона, стандартная длина которой равна 400 м (это, конечно, не окружность, но, идеализируя ситуацию, как принято в математике, её считают окружностью; более того, в обиходной речи называют даже кругом). Как и в случае с числовой прямой, здесь есть точка отсчёта (она расположена на линии старта), есть масштаб — 1 м, указывается направление движения — обычно против часовой стрелки (положительное направление). Так что вполне можно говорить не просто об окружности, а о *числовой окружности*. В зависимости от заданной дистанции (100 м, 200 м, 400 м, 800 м, 1500 м и т. д.) проводят линию финиша. Иными словами, любому числу соответствует единственная точка окружности (не только положительному числу, но и отрицательному — ведь забеги можно устраивать и

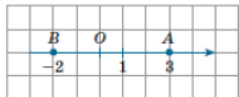


Рис. 1

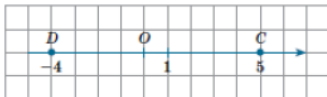
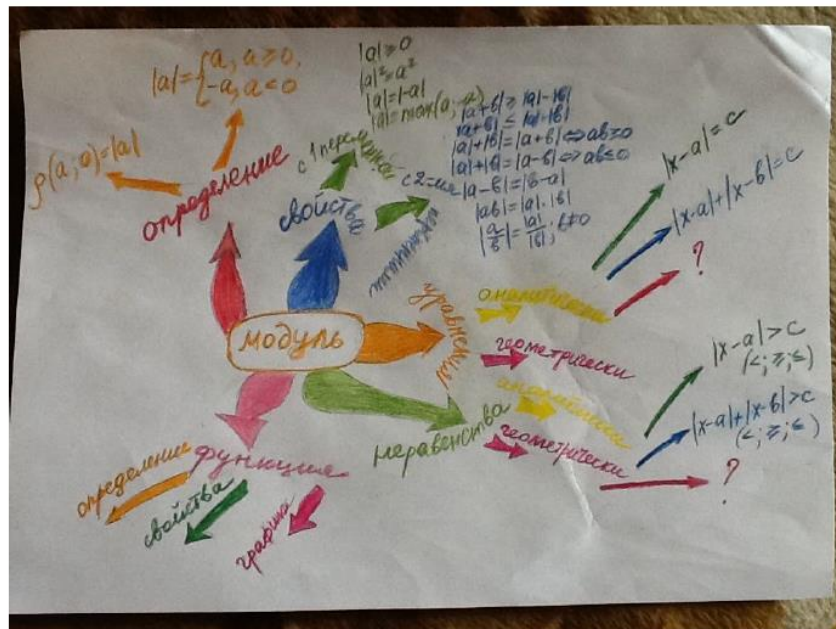


Рис. 2

Ключевые слова	Выписки из текста	Почему эта цитата важна для меня
Числовая прямая	...прямую, на которой заданы начальная точка $O$ , масштаб (единичный отрезок) и положительное направление, называют числовой прямой.	С помощью числовой прямой обеспечивается наглядность при изучении действительных чисел и действий с ними.
Числовая окружность	...есть точка отсчёта (она расположена на линии старта), есть масштаб — 1 м, указывается направление движения — обычно против часовой стрелки...	В реальной жизни кроме движения по прямой, часто встречается движение по кругу.

# Специальные задания при изучении теоретического материала

Составление кластера, интеллект-карты

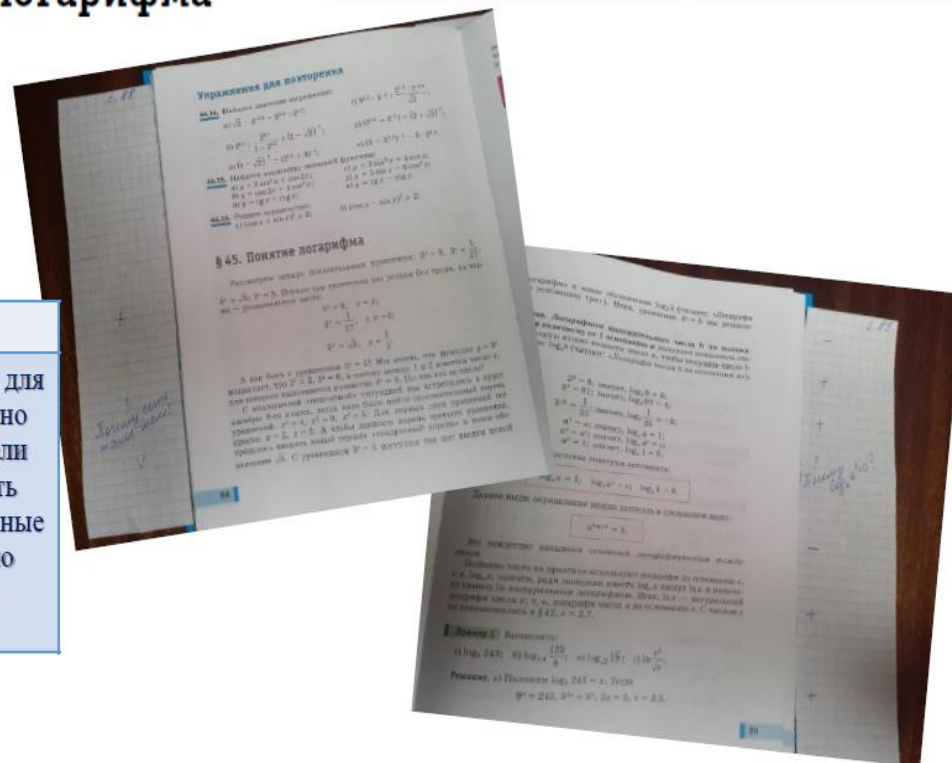


# Специальные задания при изучении теоретического материала

Маркировка текста, составление вопросов

- *I – interactive*
- *N – noting*
- *S – system*
- *E – effective*
- *R – reading and*
- *T – thinking*

## § 45. Понятие логарифма



v	+	-	?
Прочитанное соответствует тому, что вы уже знаете или думали, что знаете.	Прочитанное является для вас новым.	Прочитанное противоречит тому, что вы знали.	Прочитанное для вас непонятно или вы хотели бы получить более подробные сведения по данному вопросу.

В соответствии с технологией развития критического мышления через чтение и письмо

# Специальные задания при изучении теоретического материала

Маркировка текста,  
составление вопросов

Многие реальные ситуации при переводе на математический язык оформляются в виде математической модели, состоящей из двух линейных уравнений с двумя переменными. С такой ситуацией мы встретились в задаче про Витю, который покупал ручки и карандаши (§ 11, пример 2). Математическая модель состояла из двух уравнений:  $x + 3y = 8$  и  $2x - 5y = 5$ , причём нас интересовала такая пара значений  $(x; y)$ , которая *одновременно* удовлетворяла и тому и другому уравнению. В таких случаях обычно не говорят, что математическая модель состоит из двух уравнений, а говорят, что математическая модель представляет собой *систему уравнений*.

- Что значит «пара значений  $(x; y)$  удовлетворяет и тому, и другому уравнению»?
- Какие математические модели нам уже известны?
- Что такое система уравнений?

# Специальные задания при изучении теоретического материала

Системы линейных уравнений с двумя переменными

Определение

Методы решения

Графический метод

Метод подстановки

Метод сложения

Составление информационной схемы

$\sin x = a$   
 $\cos x = a$   
 $\operatorname{tg} x = a$   
 $\operatorname{ctg} x = a$

Преобразование уравнения с помощью формул

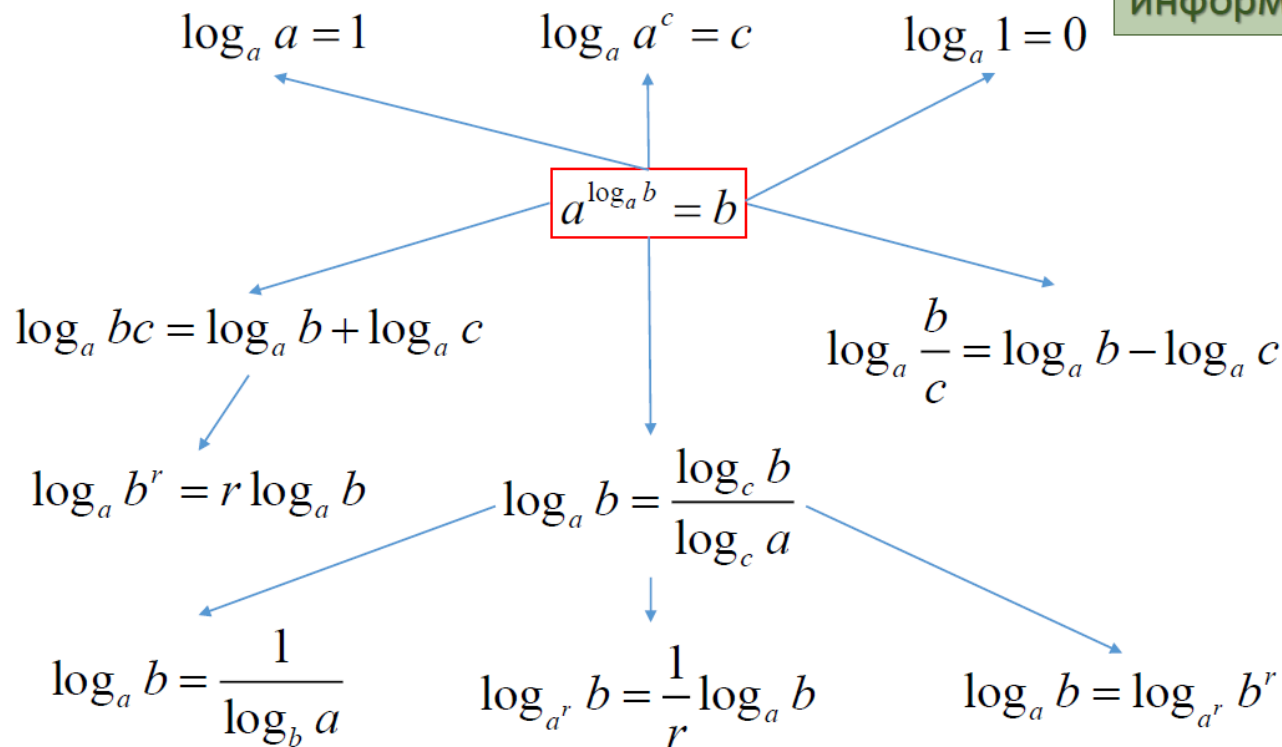
Методы решения тригонометрических уравнений

Сведение к квадратному

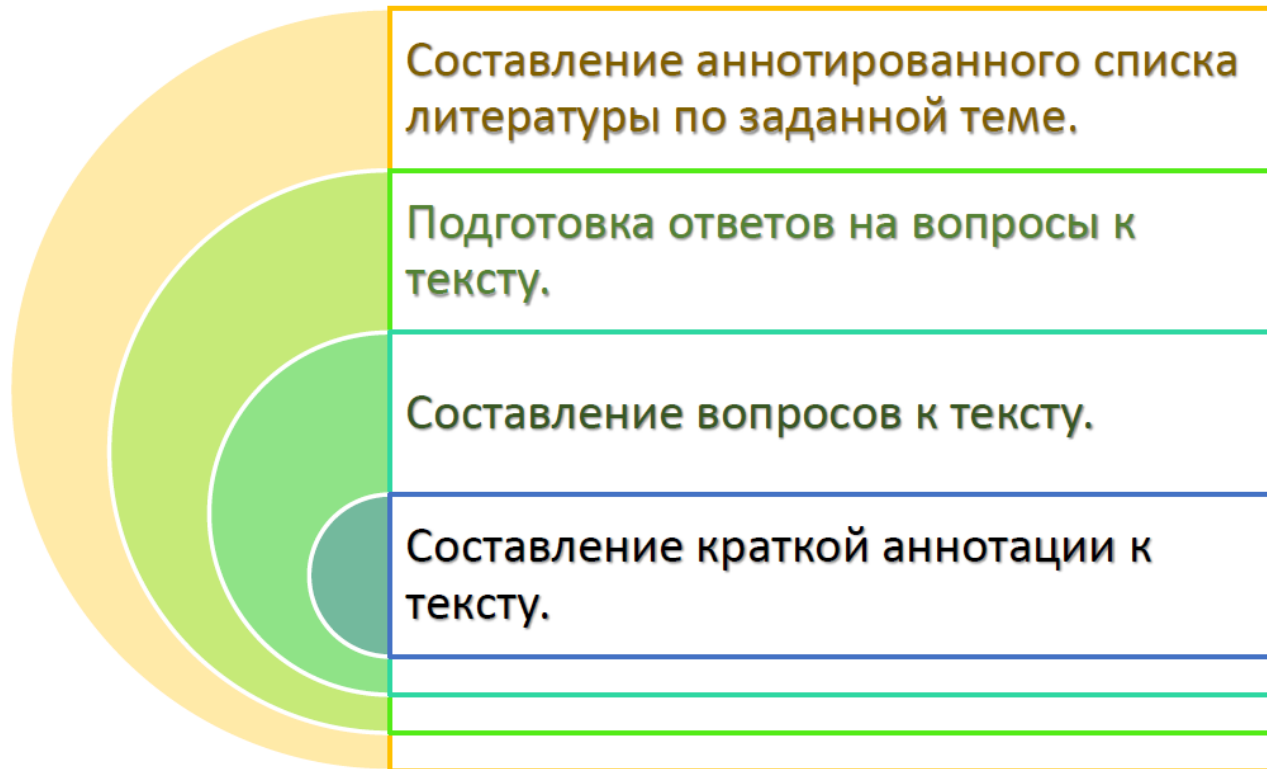
Однородные уравнения

# Специальные задания при изучении теоретического материала

Составление  
информационной схемы



# Обучающие задания



# Обучающие задания

Выбор темы (первичное знакомство с проблематикой).

Определение основной идеи работы.

Подбор материала по теме, поиск сведений о математических понятиях, теоремах в рамках темы.

Формулировка цели и задач работы.

Составление плана.

Выполнение работы.

Подготовка презентации работы и выступления.



# Использование исторического и регионального материала

## Из истории математики

В этой главе вы познакомились с параболой — графиком функции  $y = x^2$ . Геометрически парабола известна более двух тысячелетий. Первоначально, в работах Аполлония (III в. до н. э.), она получалась так. Надо взять конус (копчик) и расечь его плоскостью, которая параллельна боковой образующей конуса (рис. 117). Механически параболой является траектория движения камня, брошенного (или снаряда, выпущенного) под углом к горизонту (рис. 118).

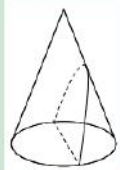


Рис. 117



Рис. 118

Тот факт, что график функции  $y = x^2$  и сходных с ней функций может быть получен таким образом, в своё время являлся серьёзным научным открытием. Геометрические вопросы конических сечений постоянно входили в круг интересов практически всех математиков и физиков XVI—XVII вв. Вы подробнее узнаете об этом в дальнейшем в курсах математики и физики. Кроме того, вы уже в следующем, 8-м классе узнаете, почему график не только функции  $y = x^2$ , но и любой функции вида  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , также является параболой.

Обозначение  $f$  для функций и запись  $f(x)$ ,  $y = f(x)$  шёл в употребление Леонард Эйлер, после работ которого функциональные зависимости стали одним из фундаментальных понятий математики. К середине XIX в. общее понятие числовой функции приобрело, по существу, уже тот же смысл, который это понятие имеет в современной



Готфрид Вильгельм Лейбниц



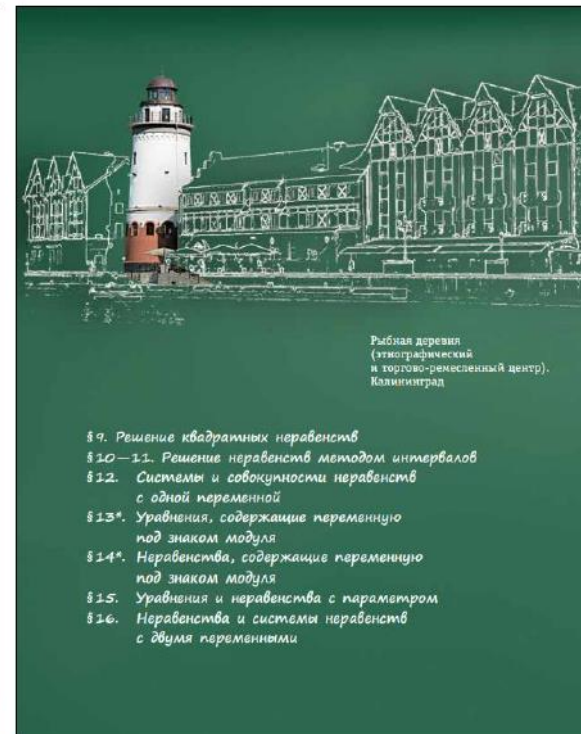
Николай Иванович Лобачевский

науке. Серьёзный вклад в развитие понятия числовой функции принадлежит Николаю Ивановичу Лобачевскому (1792—1856), который предложил примерно такую формулировку для  $y = f(x)$ : «...каждому значению  $x$  соответствует совершенно определённое значение  $y$ , причём безразлично, каким образом установлено это соответствие — формулой, графиком, таблицей либо даже просто словами...»

Впрочем, термин «функция» в науке стали использовать ещё в конце XVII в. Датировать появление этого понятия в математике можно довольно точно. Само слово «функция»<sup>1</sup> впервые использовал Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716) в рукописи «Обратный метод касательных, или О функциях» (1673), который позже использовал его в переписке с Иоганном Бернулли (1667—1748). Понятия «функция» ещё не было в «Математическом словаре» (1716) Х. Вольфа, хотя термин «постоянная величина» и «переменная величина» в нём уже были. Скорее всего, первая явная формулировка была приведена И. Бернулли в 1718 г.: «Функцией переменной величины называется количество, остающееся каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных».

Начиная с середины XIX в. нахождение и исследование функциональных зависимостей является одним из основных инструментов построения математических моделей реальных процессов в различных приложениях математики.

<sup>1</sup> Латинский глагол *fungor, functussum, fungi* означает «осуществлять, выполнять, выражать».



Рыбная деревня (этнографический и торгово-ремесленный центр). Калининград

- § 9. Решение квадратных неравенств
- § 10—11. Решение неравенств методом интервалов
- § 12. Системы и совокупности неравенств с одной переменной
- § 13\*. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля
- § 14\*. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля
- § 15. Уравнения и неравенства с параметром
- § 16. Неравенства и системы неравенств с двумя переменными

# Подходы к оценке учебно-исследовательских и проектных работ обучающихся

Система должна удовлетворять условиям:

- быть четко определена и заранее известна всем участникам;
- результаты оценки работ по каждому из критериев должны быть также известны участникам;
- носить скользящий характер, изменяться в зависимости от возраста участника, сохраняя при этом возможность сопоставления участников различного возраста между собой;
- должна давать преимущество тем участникам, работы которых в наибольшей степени отвечают оптимальной стратегии развития научных способностей.

# Фрагмент таблицы критериев

Критерии оценки	Класс		
	5	6	7
	Коэффициент		
<b>Тип работы:</b> 0 – работа не носит исследовательского характера; 1 – работа носит исследовательский характер, в работе есть результат, который до её выполнения для обучающегося был не очевиден; 2 – кроме выполнения требования, отвечающего оценке 1, автор знает о научной проблеме и задаче, к которым относится его проблема.	1	2	3
<b>Имеются собственные оригинальные идеи:</b> 0 – оригинальные идеи отсутствуют; 1 – разработаны совместно с учителем; 2 – разработаны, в основном, самим учащимся.	1	2	3

# Примерный список критериев

1. Соблюдение требований к содержанию и оформлению.
2. Наличие и качество содержательного анализа литературы по теме.
3. Освоение и применение новых для учащегося методов, приёмов и т.п., выходящих за пределы школьного курса.
4. Постановка проблемы.
5. Качество выполненного исследования проблемы.
6. Решение поставленной проблемы.
7. Раскрытие темы работы, достижение целей, решение задач.
8. Практическая значимость работы.
9. Оригинальность подхода и качество оформления работы.
10. Качество доклада и ответов на вопросы.

# Пример проекта

Тема:

Танграм – волшебная и полезная игра

Идея:

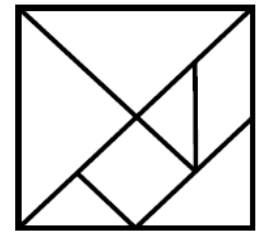
Создать набор деревянных ящичков геометрической формы, как части игры-головоломки танграм. Посадить в эти ящички декоративные растения и использовать их на украшения дачного участка.

# Этапы работы

---

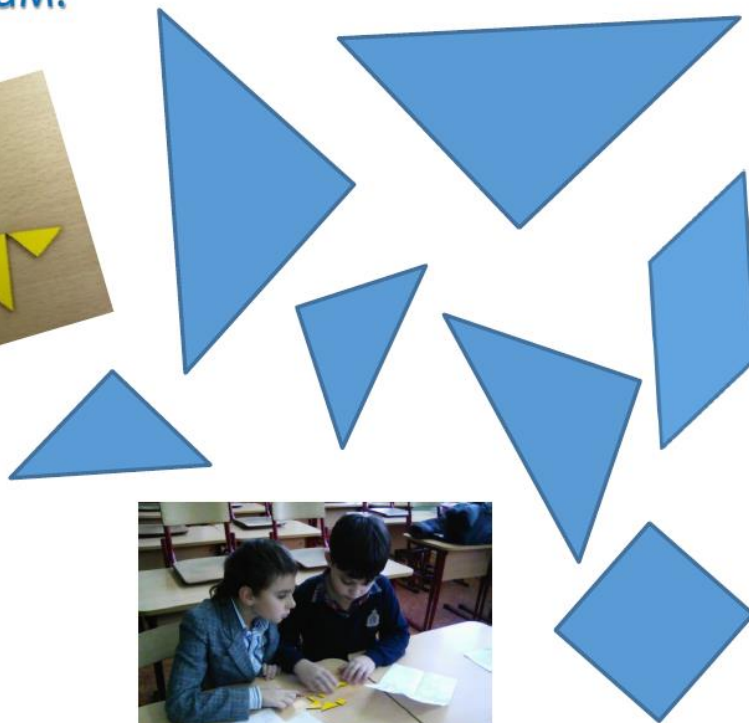
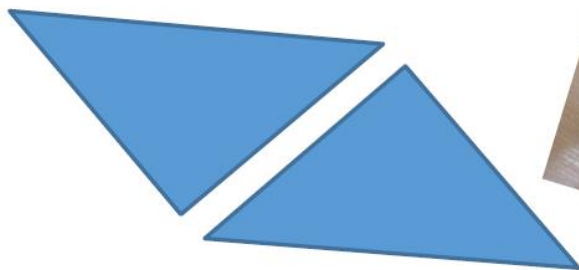
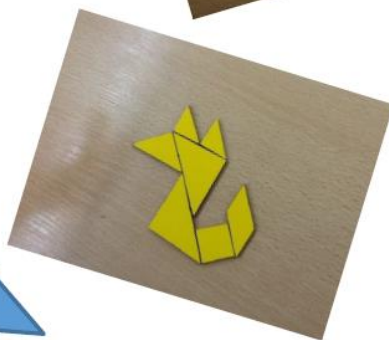
## 1. Работа с литературой и Интернет-источниками.

Более 4000 тысяч лет назад у одного человека из рук выпала фарфоровая плитка и разбилась на семь частей. Расстроенный, он в спешке старался её сложить, но каждый раз получал все новые интересные изображения. Это занятие оказалось настолько увлекательным, что впоследствии квадрат, составленный из семи геометрических фигур, назвали Доской Мудрости.



# Этапы работы

2. Изучение деталей, входящих в танграм.  
Составление различных фигур.



# Этапы работы

3. Изготовление ящиков для посадки декоративных растений (на этом этапе оказал помощь папа).



4. Подбор цветов для посадки (на этом и следующем этапе помогала мама)



Для посадки мы выбрали цветы с похожими требованиями к уходу:

- 1) температура 20-24°С;
- 2) яркий свет или полутень;
- 3) обильный полив без застоя воды в тёплое время года, умеренный полив – в зимнее.



# Этапы работы

## 5. Посадка растений (на этом этапе помогала мама).

- На дно каждого ящика насыпаем для дренажа керамзит.
- Насыпаем грунт для посадки домашних растений.
- Сажаем выбранное растение.

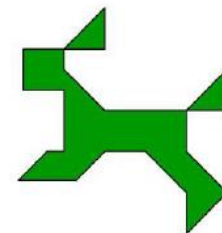
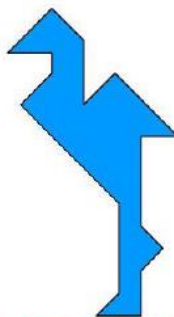
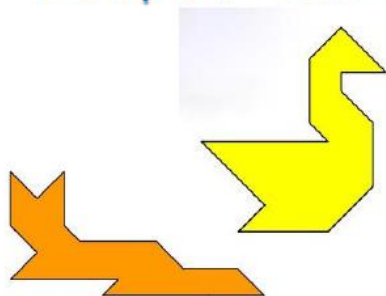


## 6. Проверка задуманной идеи.

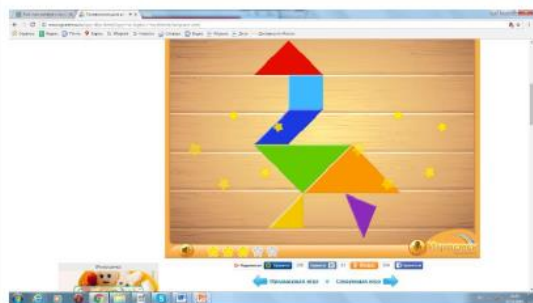


# Выводы

Танграм – это прежде всего увлекательная игра.



Танграм может помочь познакомиться с компьютером в игровой форме.



# Результат

Создание необычных цветников на дачном участке.



Можно украсить  
вестибюль родной школы

