

Решение логарифмических уравнений

Подготовил
учитель математики
Каплиева Ирина Юрьевна



**«...учиться, можно только
весело, с хорошим
настроением, улыбаясь...
Чтобы переваривать
знания, надо поглощать
их с аппетитом»**

АНАТОЛЬ ФРАНС - ФРАНЦУЗСКИЙ ПИСАТЕЛЬ



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА



$$\log_a b = x \left\{ \begin{array}{l} b > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \\ b = a^x \end{array} \right.$$



ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$a^{\log_a b} = b$$



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$$a>0, b>0, c>0, c\neq 1, n\neq 1$$



$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a a = 1$$



$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$



Формула перехода от одного основания к другому

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$$

$$b \neq 1, b > 0, x > 0, a > 0, a \neq 0$$



Найти значение x (устно):

$$1) \log_x 16 = 2$$

$$4) \lg 100 = x$$

$$2) \log_3 27 = x$$

$$5) \lg 0,001 = x$$

$$3) \log_5 x = 3$$

$$6) 3^{\log_x 8} = 8$$



Решение логарифмических уравнений



Цель:

Повторение, обобщение и систематизация знаний по теме логарифмические уравнения.



ЧТО ЗНАЧИТ «РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ»?

Решить уравнение – это значит найти все его корни (решения) или установить, что их нет.



Какие уравнения называют логарифмическим?



Логарифмическим уравнением – уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма.



При решении логарифмических уравнений часто используются следующие методы:

- Метод решения с помощью определения логарифма
- Применение основного логарифмического тождества
- Метод потенцирования
- Метод введения новых переменных;
- Метод логарифмирования
- Метод приведения логарифмов к одному и тому же основанию.
- Графический метод.



1. Метод решения с помощью определения логарифма



Уравнение вида $\log_a x = b$, где $a \neq 1$, $a > 0$, $x > 0$, называется простейшим логарифмическим уравнением, оно равносильно уравнению $x = a^b$

Простейшие логарифмические уравнения:

1. $\log_{x-1} 8 = 1$
2. $\log_7(50x-1) = 2$
3. $\log_3 x = \log_3 9$
4. $\log_7(2x-3) = \log_7 x$



2. Применение основного логарифмического тождества: $a^{\log_a b} = b$ (где $b > 0$, $a > 0$ и $a \neq 1$)

Примеры: 1) $9^x = 0,7$

2) $2^x = 10$

3) $0,3^x = 7$



3. Метод потенцирования

Суть метода- переход от уравнения $\log_a f(x) = \log_a \varphi(x)$
к уравнению следствию $f(x) = \varphi(x)$.



3. Метод потенцирования

$$1) \log_2(2x - 4) = \log_2(x - 1)$$

$$2) \log_3 x = 2 \log_3(3x - 1)$$

$$3) \log_3 x + \log_3(x + 1) = \log_3(3 + x)$$

$$4) \log_a(\dots) = \log_a(\dots)$$



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

1) $\log_3 x = \log_3 9$

2) $\log_7(2x-3) = \log_7 x$

3) $\log_5 (2x+3) = \log_5 (x+1)$

4) $\log_5 x = \log_5 (6-x^2)$



4. МЕТОД ВВЕДЕНИЯ НОВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Суть метода -приведение логарифмического уравнения к квадратному $A\log_a^2 x + B\log_a x + C = 0$

- 1) ввести новую переменную $y = \log_a x$
- 2) решить уравнение $Ay^2 + By + C$ относительно y ;
- 3) выполнить обратную подстановку и решить уравнения относительно x .



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

Пример: 1) $2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0$

Пример: 2) $\lg^2 x - \lg x^2 + 1 = 0$



Логарифмические неравенства



Определение

Логарифмическим неравенством называют неравенство вида

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

и неравенства, сводящиеся к этому виду,

где $a > 0$, $a \neq 1$,



Решение логарифмических неравенств

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

$$a > 1$$

$$f(x) > g(x)$$

$$0 < a < 1$$

$$f(x) < g(x)$$

Знак неравенства

Сохраняется

Меняется



АЛГОРИТМ

○ Если $a > 1$,
то $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$

○ Если $0 < a < 1$,
то $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$



Решите неравенство:

$$\log_3(2x - 4) > \log_3(14 - x)$$

$$1) 2x - 4 > 14 - x$$

$$2x + x > 14 + 4$$

$$3x > 18$$

$$x > 18 : 3$$

$$\underline{x > 6}$$

$$2) 2x - 4 > 0$$

$$2x > 4$$

$$\underline{x > 2}$$

$$3) 14 - x > 0$$

$$-x > -14$$

$$\underline{x < 14}$$

**МЕНЯЕМ
ВСЕ ЗНАКИ!**





Закрепление

Самостоятельная работа



1. РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ПОТЕНЦИРОВАНИЯ:

а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3);$

б) $\log_6 (14 - 4x) = \log_6 (2x + 2);$

2. Решите уравнения методом введения вспомогательной переменной:

а) $3 \log_{0,5}^2 x + 5 \log_{0,5} x - 2 = 0;$

б) $2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0.$

Критерии оценивания: 2 уравнения – «3»

3 уравнения – «4»

4 уравнения – «5»



1. РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ПОТЕНЦИРОВАНИЯ:

а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3);$

$$x = 3$$

б) $\log_6 (14 - 4x) = \log_6 (2x + 2);$

$$x = 2.$$

2. Решите уравнения методом введения вспомогательной переменной:

а) $3 \log_{0,5}^2 x + 5 \log_{0,5} x - 2 = 0;$

$$x_1 = 4; \quad x_2 = \sqrt[3]{0,5}$$

б) $2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0.$

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{0,3}}; \quad x_2 = 0,0081$$



Домашнее задание:

Задание №17 ЕГЭ базовый уровень.
Логарифмические уравнения



ПОЖАЛУЙСТА, С ПОМОЩЬЮ КАРТОЧЕК, ОЦЕНИТЕ ВАШУ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ НА УРОКЕ.



- Я все понял и смогу применить полученные знания на практике.



- Я практически все понял, но испытываю затруднения в применении полученных знаний на практике.



- Плохо понял тему и не смогу применить на практике.





СПАСИБО
ЗА
УРОК!!!

